Svolgimento esercizi di ripasso

Soluzione esercizi IV

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2 - x} > 3$$

Per prima cosa si deve determinare il campo di esistenza delle due frazioni

$x \neq 0$ e $x^2 - x \neq 0$, considero $x^2 - x \neq 0$

$\Updownarrow$

$x(x-1) \neq 0$

$\Updownarrow$

$x \neq 0$ e $x \neq 1$

Quindi

C.E. $\boxed{x \neq 0 \wedge x \neq 1}$ condizione esistenza (dominio esistenza)

Poi cerco di scrivere la disequazione in "forma normale"

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2-x} > 3 \iff \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x-1)} - 3 > 0$$

$$\iff \frac{(x-1) + 1 - 3(x-1)x}{x(x-1)} > 0 \iff \frac{x-1+1-3x^2+3x}{x(x-1)} > 0$$

$$\iff \frac{-3x^2+4x}{x(x-1)} > 0 \iff \frac{\cancel{x}(-3x+4)}{\cancel{x}(x-1)} > 0 \iff \frac{-3x+4}{x-1} > 0$$

Studio $\frac{-3x+4}{x-1} > 0$ 1) $N > 0 \to -3x+4 > 0 \iff x < 4/3$

2) $D > 0 \to x-1 > 0 \iff x > 1$

3) Prodotto segni

		1	4/3
N	+	+	−
D	−	+	+
	−	+	−

la soluzione è

$S = \{1 < x < 4/3\} \cap \{x \neq 0, x \neq 1\} =$

$= \{1 < x < 4/3\}$

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}>0$$

Primo cosa C.E. $x^2-x+1\neq 0$

$\Delta=(-1)^2-4(1)(1)=-3<0$
quindi l'equazione
$x^2-x+1=0$ non
ha soluzioni
dunque la $x^2-x+1\neq 0$
è sempre verificata

$\Rightarrow \boxed{C.E.=\mathbb{R}}$

Studiamo $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}>0$

1) $N>0 \longrightarrow x^2-3x+2>0$ ($a=1>0$, >0) concorde, sol esterne
perché $\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=1>0$

$$x_{1,2}=\frac{-(-3)\pm 1}{2}= \begin{cases} \frac{4}{2}=2 \\ \frac{2}{2}=1 \end{cases}$$

$x_1 \quad x_2$

$\boxed{S_N = x<1 \vee x>2}$

2) $D>0 \rightarrow x^2-x+1>0$ ($a=1>0$, >0) $\Rightarrow$ concorde
$\Delta=-3<0$ $\Rightarrow$ sempre verifica
$\Downarrow$
$\boxed{S_D=\mathbb{R}}$

3) Prodotto segni

		1		2	
N	+		−		+
D	+		+		+
	+		−		+

$\Rightarrow S=\{x<1 \vee x>2\}$
è l'insieme delle
soluzioni della
disequazione.

$$\frac{x-3}{x+5} < 0$$

Primo coso C. E. $x+5 \neq 0 \iff \boxed{x \neq -5}$ C. E.

Studio $\frac{x-3}{x+5} < 0$

$N > 0 \rightarrow x-3 > 0 \iff \boxed{x > 3}$

$D > 0 \rightarrow x+5 > 0 \iff \boxed{x > -5}$

Prodotto segni

		-5		3	
N	$-$		$-$		$+$
D	$-$		$+$		$+$
	$+$		$-$		$+$

quindi

$S = \{-5 < x < 3\}$ è l'insieme delle soluzioni

$$\begin{cases} 2x+3 > 0 \\ x^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

studio $2x+3 > 0 \iff \boxed{x > -\frac{3}{2}}$

studio $x^2 - 4 < 0$ $\left(\begin{array}{l} a = 1 > 0 \\ \rightarrow < 0 \end{array} \right.$ discord

$\Delta = 0^2 - 4(1)(-4) = 16 > 0$

$\Updownarrow$

$\boxed{-2 < x < 2}$

sol. interne

$-2 \quad 2$

$x_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{2} = \pm 2$

$\downarrow$

intersezione

$-2 \quad -\frac{3}{2} \quad 2$

$\underset{-\frac{3}{2}}{\times}$ —— $\underset{2}{\times} = S \Rightarrow S = \{-\frac{3}{2} < x < 2\}$

Insieme delle soluzioni

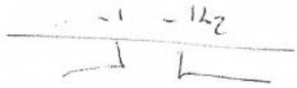
$$\begin{cases} 2x^2+3x+1>0 \\ 10x^2-7x+1<0 \end{cases}$$

1) Studio $2x^2+3x+1>0$

$a=2>0$, >0 $\Rightarrow$ concordi

$\Delta=(3)^2-4(1)(2)=9-8=1>0$

sol. esterne



$x_{1,2}=\dfrac{-3\pm1}{4} = \begin{cases} -2/4=-1/2 \\ -4/4=-1 \end{cases}$

$$\boxed{S_1 = x<-1 \vee x>-\tfrac{1}{2}}$$

2) Studio $10x^2-7x+1<0$ $a=10>0$ $\rightarrow <0$ discordi

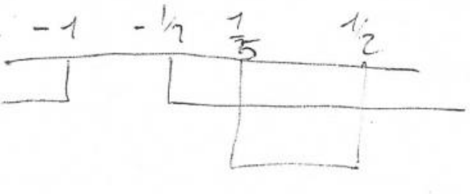
$\Delta=(-7)^2-4(1)(10)=9>0$

sol. interne

$x_{1,2}=\dfrac{7\pm3}{20} = \begin{cases} 10/20=1/2 \\ \frac{4}{20}=\frac{1}{5} \end{cases}$

$S_2 = \left\{\frac{1}{5}<x<\frac{1}{2}\right\}$

3) Intersezione



x——x

$\frac{1}{5}<x<\frac{1}{2}$

$S=\left\{\frac{1}{5}<x<\frac{1}{2}\right\}$ Insieme delle soluzioni